SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2014 – 2015
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 24/03/2015
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Tính giá trị của biểu thức: A = $2x^3+3x^2-4x+2$

với $x=\sqrt{2+\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}}+\sqrt{2-\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}-1$

b) Cho x, y thỏa mãn:

$\sqrt{x+2014}+\sqrt{2015-x}-\sqrt{2014-x}=\sqrt{y+2014}+\sqrt{2015-y}-\sqrt{2014-y}$

Chứng minh: $x=y$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $x^3+(x+1)\sqrt{x+1}+2\sqrt{2}=\left(x+\sqrt{x+1}+\sqrt{2}\right)^3$

b) Giải hệ phong trình sau: $\begin{cases}3x^2+xy-4x+2y=2\\x(x+1)+y(y+1)=4\end{cases}$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Tìm số nguyên tố *p* sao cho các số $2p^2-1;\ 2p^2+3;\ 3p^2+4$ đều là số nguyên tố.

b) Tìm các số nguyên dương *x, y, z* thỏa mãn: $3x^2-18y^2+2z^2+3y^2z^2-18x=27$.

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho đường tròn (*O;R*) đường kính *BC*. Gọi *A* là điểm thỏa mãn tam giác ABC nhọn. *AB, AC* cắt đường tròn trên tại điểm thứ hai tương ứng là *E* và *D*. Trên cung $\overset{\frown}{BC}$ không chứa D lấy *F*(*F* ≠ *B, C*). *AF* cắt *BC* tại *M*, cắt đường tròn (*O;R*) tại *N*(*N* ≠ *F*) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADE* tại *P*(*P* ≠ *A*).

a) Giả sử $\widehat{BAC}=60^0$, tính *DE* theo *R*.

b) Chứng minh *AN.AF* = *AP.AM*

c) Gọi *I, H* thứ tự là hình chiếu vuông góc của *F* trên các đường thẳng *BD, BC*. Các đường thẳng *IH* và *CD* cắt nhau ở *K*. Tìm vị trí của *F* trên cung $\overset{\frown}{BC}$ để biểu thức $\frac{BC}{FH}+\frac{BD}{FI}+\frac{CD}{FK}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho các số dương *x, y, z* thay đổi thỏa mãn: $xy+yz+zx=xyz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M=\frac{1}{4x+3y+z}+\frac{1}{x+4y+3z}+\frac{1}{3x+y+4z}$.

------------- HẾT ------------

Họ và tên thí sinh: ……………………………….Số báo danh …………….
Chữ kí giám thị 1 ……………………… Chữ kí giám thị 2 …………………..

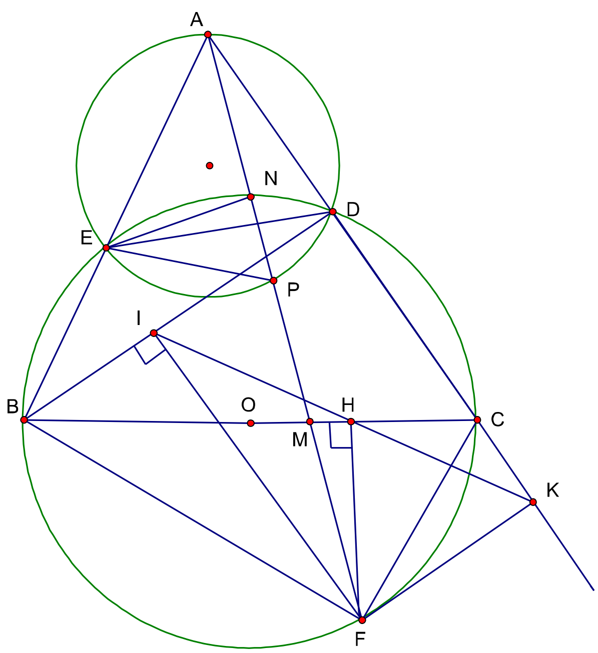
SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH
MÔN TOÁNLỚP 9 THCS NĂM HỌC 2014 – 2015

Lưu ý: Thí sinh làm theo các khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Điểm bài thi làm tròn đến 0,25 điểm

CÂU	PHẦN	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu1 2,0 điểm	a) 1,0điểm	Đặt $a=\sqrt{2+\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}}+\sqrt{2-\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}}$, a > 0 $a^2=4+2\sqrt{4-\frac{5+\sqrt{5}}{2}}=4+\sqrt{6-2\sqrt{5}}=4+\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}=3+\sqrt{5}\Rightarrow a=\sqrt{3+\sqrt{5}}$	0,25
		$\Rightarrow x=\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}-1=\sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}}-1=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}-1=\sqrt{2}-1$	0,25
		$x=\sqrt{2}-1\Rightarrow x^2+2x-1=0$	0,25
		$B = 2x^3 + 3x^2 – 4x + 2$ $B = 2x(x^2 + 2x -1) - (x^2 + 2x -1) + 1 = 1$	0,25
	b) 1,0điểm	$\sqrt{x+2014}+\sqrt{2015-x}-\sqrt{2014-x}=\sqrt{y+2014}+\sqrt{2015-y}-\sqrt{2014-y}$ (1) ĐKXĐ: $-2014\le x;y\le 2014$ $(1)\Leftrightarrow \sqrt{x+2014}-\sqrt{y+2014}+\sqrt{2015-x}-\sqrt{2015-y}+\sqrt{2014-y}-\sqrt{2014-x}=0$ Nếu x khác y và $-2014\le x;y\le 2014$ thì $\sqrt{x+2014}+\sqrt{y+2014}>0$; $\sqrt{2015-x}+\sqrt{2015-y}>0$; $\sqrt{2014-x}+\sqrt{2014-y}>0$, do đó (1)	0,25
		$\Leftrightarrow \left(x-y\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x+2014}+\sqrt{y+2014}}-\frac{1}{\sqrt{2015-x}+\sqrt{2015-y}}+\frac{1}{\sqrt{2014-x}+\sqrt{2014-y}}\right)=0$ (2)	0,25
		Khi đó dễ chứng tỏ $\frac{1}{\sqrt{2014-x}+\sqrt{2014-y}}-\frac{1}{\sqrt{2015-x}+\sqrt{2015-y}}>0$	0,25
		Mà $x-y\neq 0$ nên (2) vô lý vì VT(2) luôn khác 0 Nếu x=y dễ thấy (1) đúng. Vậy x = y.	0,25
Câu 2 2,0 điểm	a) 1,0 điểm	$x^3+\left(x+1\right)\sqrt{x+1}+2\sqrt{2}=\left(x+\sqrt{x+1}+\sqrt{2}\right)^3$ (1) ĐKXĐ: $x\ge -1$ Đặt: $y=\sqrt{x+1};z=\sqrt{2}$ Khi đó (1) có dạng : $x^3 + y^3 + z^3= (x + y +z)^3$ (2) Chứng minh được (2) $\Leftrightarrow$ (x+y)(x+z)(z+x) = 0	0,25
		Với: x + y = 0 $\Leftrightarrow x+\sqrt{x+1}=0\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=-x\Rightarrow x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (Thỏa mãn)	0,25
		Với: x + z = 0 $\Leftrightarrow x+\sqrt{2}=0\Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$ (không thỏa mãn).	0,25
		Với: y + z = 0 $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}+\sqrt{2}=0$ - vô nghiệm Vậy phương trình có nghiệm: $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	0,25

		$\begin{cases}3x^2+xy-4x+2y=2\\ x(x+1)+y(y+1)=4\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}3x^2+xy-4x+2y-2=0\\ x^2+y^2+x+y-4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x^2+xy-y^2-5x+y+2=0\\ x^2+y^2+x+y-4=0\end{cases}$	0.25
	b) 1,0 điểm	Ta có: $2x^2+xy-y^2-5x+y+2=0 \Leftrightarrow (y+x-2)(y-2x+1)=0$ $\Leftrightarrow y=2-x$ hoặc $y=2x-1$	0.25
		Với $y=2-x$ thay vào (2) ta được: $x^2-2x+1=0$ suy ra x = 1 Ta được nghiệm (1;1)	0.25
		$y=2x-1$ thay vào (2) ta được: $5x^2-x-4=0$, suy ra x = 1; $x=\frac{-4}{5}$ Ta được nghiệm (1;1) và $(\frac{-4}{5};\frac{-13}{5})$ Vậy hệ có nghiệm (1;1) và $(\frac{-4}{5};\frac{-13}{5})$	0.25
Câu 3 **2,0 điểm**	a) 1.0 điểm	Tìm số nguyên tố p sao cho các số $2p^2-1$; $2p^2+3$; $3p^2+4$ đều là số nguyên tố. +) Nếu p=7k+i; k,i nguyên, i thuộc tập $\{\pm1;\pm2;\pm3\}$. Khi đó p^2 chia cho 7 có thể dư: 1;4;2	0.25
		Xét $p>2 \Rightarrow 2p^2-1;\ 2p^2+3\ \&\ 3p^2+4>7$ Nếu p^2 chia cho 7 dư 1 thì $3p^2+4$ chia hết cho 7 nên trái GT Nếu p^2 chia cho 7 dư 4 thì $2p^2-1$ chia hết cho 7 nên trái GT Nếu p^2 chia cho 7 dư 2 thì $2p^2+3$ chia hết cho 7 nên trái GT	0.25
		+) Xét p=2 thì $3p^2+4$=16 (loại)	0.25
		+) Xét p=7k, vì p nguyên tố nên p=7 là nguyên tố, có: $2p^2-1=97;\ 2p^2+3=101;\ 3p^2+4=151$ đều là các số nguyên tố Vậy p =7	0.25
	b) 1,0 điểm	Giả thiết $\Leftrightarrow 3(x-3)^2-18y^2+2z^2+3y^2z^2=54$ (1) +) Lập luận để $z^2 \vdots 3 \Rightarrow z \vdots 3 \Rightarrow z^2 \vdots 9 \Rightarrow z^2 \geq 9$ (*)	0,25
		(1) $\Leftrightarrow 3(x-3)^2+2z^2+3y^2(z^2-6)=54$ (2) (2) $\Rightarrow 54=3(x-3)^2+2z^2+3y^2(z^2-6)\geq 3(x-3)^2+2.9+3y^2.3$ $(x-3)^2+3y^2\leq 12$ $\Rightarrow y^2\leq 4 \Rightarrow y^2=1; y^2=4$ vì y nguyên dương	0,25
		Nếu $y^2=1 \Leftrightarrow y=1$ thì (1) có dạng: $3(x-3)^2+5z^2=72 \Rightarrow 5z^2\leq 72 \Rightarrow z^2\leq\frac{72}{5} \Rightarrow z^2=9 \Rightarrow z=3$ (vì có(*)) Khi đó $3(x-3)^2=27 \Rightarrow (x-3)^2=9$, x nguyên dương nên tìm được x=6	0,25
		Nếu $y^2=4 \Leftrightarrow y=2$ (vì y nguyên dương) thì (1) có dạng:	0,25

		$3(x-3)^2+14z^2=126 \Rightarrow 14z^2 \le 126 \Rightarrow z^2 \le 9 \Rightarrow z^2=9 \Rightarrow z=3$ (vì z nguyên dương) Suy ra $(x-3)^2=0 \Rightarrow x=3$ (vì x nguyên dương) Đáp số $\begin{cases} x=3 \\ y=2; \\ z=3 \end{cases} \begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$	
Câu 4 3,0 điểm	a) 1,0 điểm	Vẽ hình (1 trường hợp) 	0,25
		Sđ $\widehat{BAC}=\dfrac{180^0-sđ\overset{\frown}{DE}}{2} \Rightarrow sđ\overset{\frown}{DE}=60^0$	0,25
		Suy ra $\widehat{EOD}=60^0$ nên tam giác OED đều	0,25
		suy ra ED = R.	0,25
	b) 1,0 điểm	$\widehat{APE}=\widehat{ADE}$ (2 góc nội tiếp chắn cung AE) $\widehat{ABM}=\widehat{ADE}$ (Cùng bù với góc EDC) Suy ra: $\widehat{ABM}=\widehat{APE}$ nên tam giác APE đồng dạng với tam giác ABM	0,25
		Nên $\dfrac{AE}{AP}=\dfrac{AM}{AB} \Rightarrow AE.AB=AM.AP$ (1)	0,25
		Tương tự chứng minh tam giác ANE đồng dạng với tam giác ABF $\dfrac{AE}{AN}=\dfrac{AF}{AB} \Rightarrow AE.AB=AN.AF$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra: $AN.AF=AP.AM$	0,25
	c) 1,0 điểm	Xét I nằm giữa B, D(Nếu I nằm ngoài B,D thì vai trò K với DC sẽ như I với BD) Tứ giác BIHF, BDCF nội tiếp nên $\widehat{FHK}=\widehat{FCK}$ (cùng bằng $\widehat{FBD}$), suy ra tứ giác CKFH nội tiếp nên $\widehat{FKC}=90^0$.	0,25

		Lý luận tam giác DFK đồng dạng tam giác BFH nên: $\frac{DK}{FK}=\frac{BH}{FH}$ Tương tự tam giác CFK đồng dạng tam giác BFI nên: $\frac{CK}{FK}=\frac{BI}{FI}$ Suy ra: $\frac{DC}{FK}=\frac{BH}{FH}-\frac{BI}{FI}$	0,25
		$\frac{DC}{FK}+\frac{BD}{FI}=\frac{BH}{FH}+\frac{BD}{FI}-\frac{BI}{FI}=\frac{BH}{FH}+\frac{ID}{FI}$ Mà $\frac{ID}{FI}=\frac{HC}{FH}$ suy ra: $\frac{DC}{FK}+\frac{BD}{FI}=\frac{BH}{FH}+\frac{HC}{FH}=\frac{BC}{FH}$	0,25
		Vậy $\frac{BC}{FH}+\frac{BD}{FI}+\frac{CD}{FK}=\frac{2BC}{FH}$ nên $\frac{BC}{FH}+\frac{BD}{FI}+\frac{CD}{FK}$ nhỏ nhất khi FH lớn nhất khi F là trung điểm cung BC	0,25
Câu 5 1,0 điểm		Có $xy+yz+zx=xyz \Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 (1)$ Ta chứng minh với x, y dương: $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}(*)$ $(*)\Leftrightarrow\left(\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\right)(x+y)\geq(a+b)^2\Leftrightarrow a^2\frac{y}{x}+b^2\frac{x}{y}\geq 2ab$ $\Leftrightarrow\left(a\sqrt{\frac{y}{x}}-b\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2\geq 0$ luôn đúng; "=" $\Leftrightarrow a\sqrt{\frac{y}{x}}-b\sqrt{\frac{x}{y}}=0\Leftrightarrow a=b\frac{x}{y}$	0,25
		Áp dụng(*) ta có: $\frac{1^2}{y}+\frac{1^2}{z}\geq\frac{(1+1)^2}{y+z}=\frac{2^2}{y+z}("="\Leftrightarrow y:z=1)$ $\Rightarrow\frac{2^2}{2y}+\frac{2^2}{y+z}\geq\frac{(2+2)^2}{3y+z}=\frac{4^2}{3y+z}("="\Leftrightarrow 2y=y+z\Leftrightarrow y=z)$ $\Rightarrow\frac{4^2}{4x}+\frac{4^2}{3y+z}\geq\frac{(4+4)^2}{4x+3y+z}=\frac{64}{4x+3y+z}("="\Leftrightarrow 4x=3y+z)$	0,25
		$\Rightarrow\frac{64}{4x+3y+z}\leq\frac{4^2}{4x}+\frac{2^2}{2y}+\frac{1^2}{y}+\frac{1^2}{z}=\frac{4}{x}+\frac{3}{y}+\frac{1}{z}("="\Leftrightarrow 4x=3y+z\ \&\ y=z\Leftrightarrow x=y=z)$	0,25
		Tương tự: $\frac{64}{x+4y+3z}\leq\frac{1}{x}+\frac{4}{y}+\frac{3}{z}("="\Leftrightarrow x=y=z)$ $\frac{64}{3x+y+4z}\leq\frac{3}{x}+\frac{1}{y}+\frac{4}{z}("="\Leftrightarrow x=y=z)$ $M=\frac{1}{4x+3y+z}+\frac{1}{x+4y+3z}+\frac{1}{3x+y+4z}\leq\frac{1}{8}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{8}$ (theo (1)) Vậy M đạt GTLN là $\frac{1}{8}$ khi $x=y=z=3$(theo (1))	0,25

--Hết--